

### Aufgaben

(29) Gegeben seien in  $\mathbb{R}^3$  die Vektoren

$$u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

und damit die (projektiven) Punkte

$$a = \mathbb{R}u, b = \mathbb{R}v, c = \mathbb{R}w, d = \mathbb{R}x .$$

in  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ . Gibt es eine Hyperebene  $H$  in  $\mathbb{R}^3$  derart, dass

$$a \cap H, b \cap H, c \cap H, d \cap H$$

(a) ein (echtes, nicht ausgeartetes) Parallelogramm ergeben ?

(b) ein Quadrat ergeben ?

(30) Gegeben sind zwei verschiedene Punkte  $a, b$  auf einem Zeichenblatt (in  $\mathbb{R}^2$ ) und ein Lineal der Länge  $l$ , derart dass

$$\frac{3}{4} \| b - a \| < l < \| b - a \| .$$

Geben Sie eine Konstruktion für einen Punkt

$$z \in [a, b], \quad a \neq z \neq b$$

an, bei der **nur das „zu kurze“ Lineal** benutzt wird<sup>(13)</sup>.

---

<sup>(13)</sup>Erlaubt ist das Zeichnen von Linien mit dem Lineal durch vorliegende bzw. neue markierte Punkte. Mit dem Zeichenstift dürfen beliebig neue Punkte auf der Zeichenfläche (auf bereits gezeichneten Linien oder auch nicht) markiert werden. Dabei kann der Abstand von einem oder mehreren Punkten mit Hilfe des Lineals nach oben abgeschätzt werden. Eine mögliche Strategie ergibt sich mit Hilfe einer affinen Variante des Satzes von Desargues.